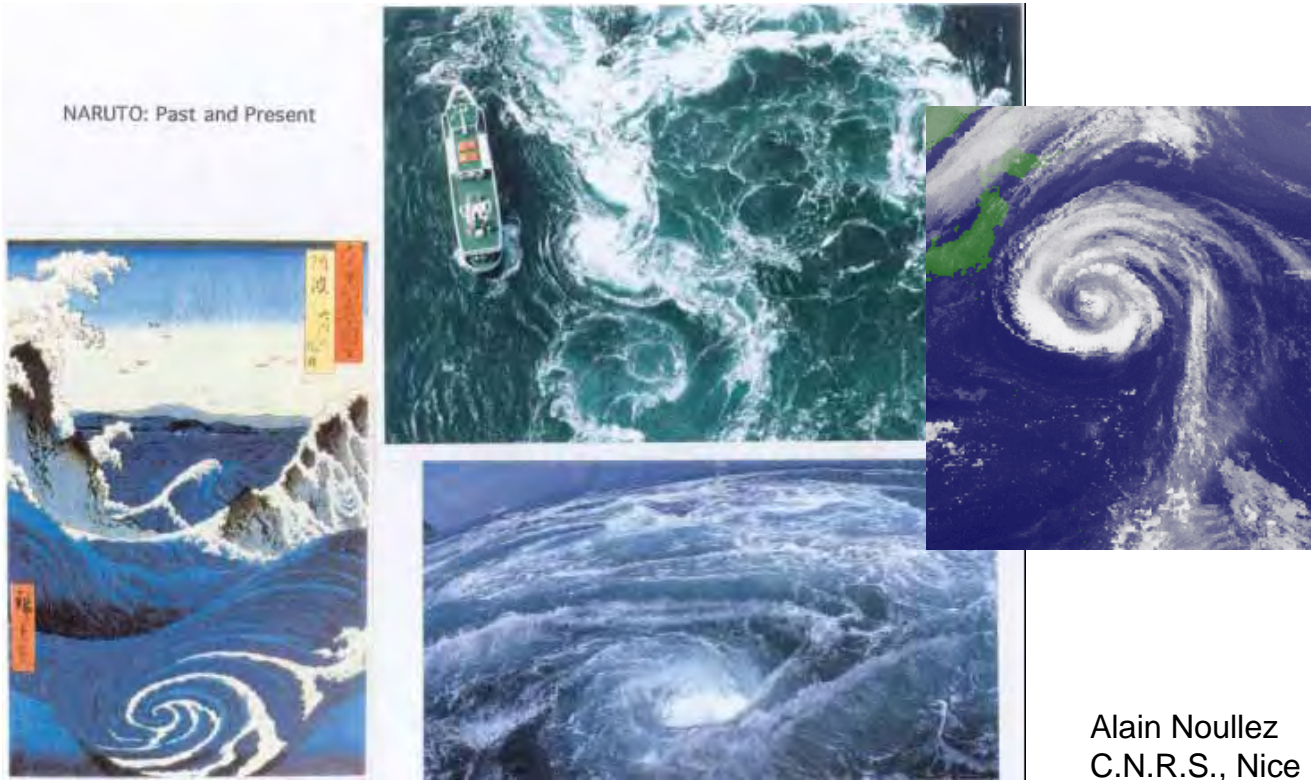


# 乱流DNSにおける散逸構造の解像度

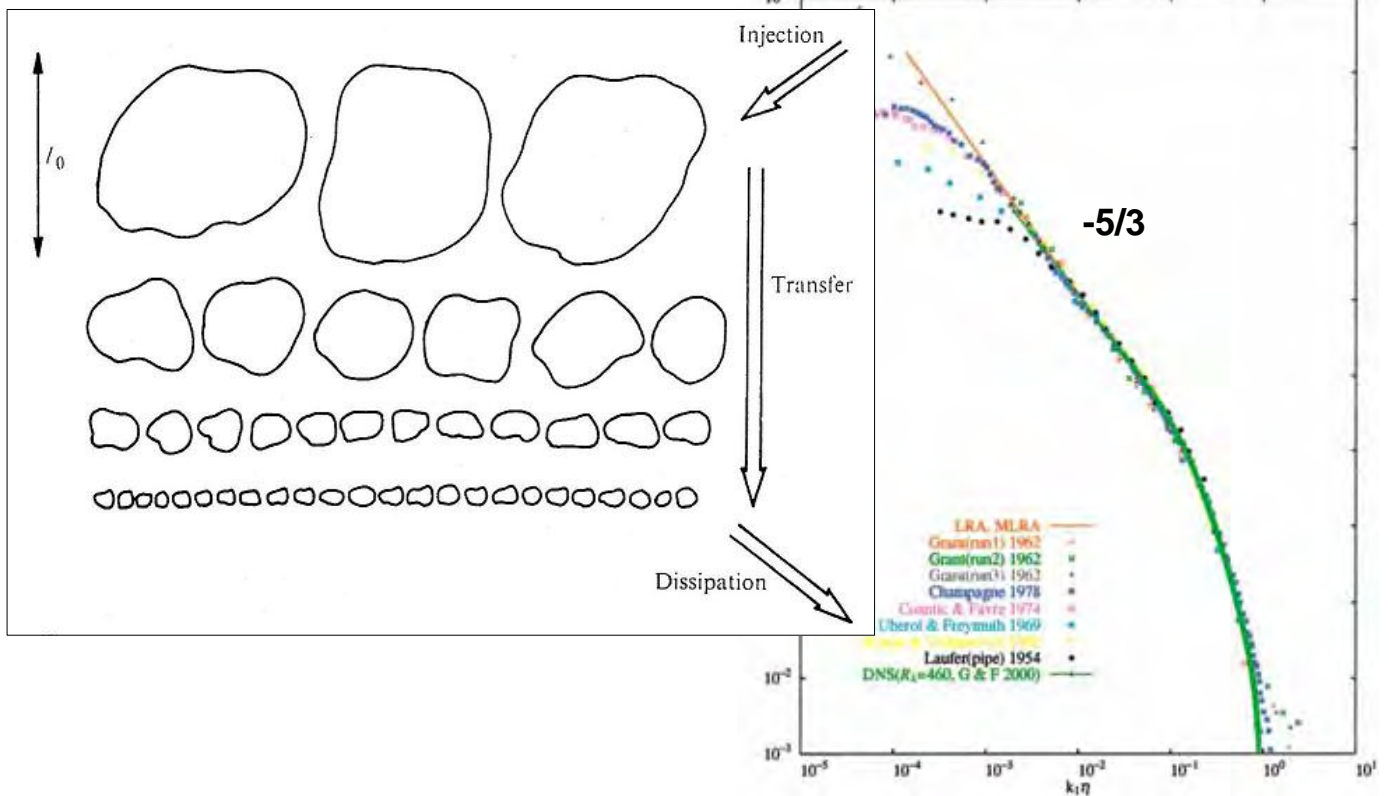
東京工業大学 機械宇宙システム専攻 堀内 潔



# 乱流におけるカスケード機構とエネルギー・スペクトル

エネルギー・カスケードのダイアグラム

エネルギー・スペクトル



## 基礎方程式 (非圧縮流)

### Navier-Stokes 方程式(運動量保存側)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

### 連続の方程式(質量保存側)

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

### 無次元パラメータ(レイノルズ数)

$$\frac{\text{移流項}}{\text{粘性項}} = \frac{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}{\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} \approx \frac{U \frac{U}{L}}{\nu \frac{U}{L^2}} = \frac{UL}{\nu} = \text{Re} \quad , \quad R_\lambda = \frac{u_{rms} \lambda}{\nu}$$

$\lambda$ : Taylor micro-scale length

## エネルギーの支配方程式

### 運動エネルギー

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} q^2 \right) = u_i \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i p_{ij}) - \underbrace{p_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$$

### 内部エネルギー

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \underbrace{p_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$$



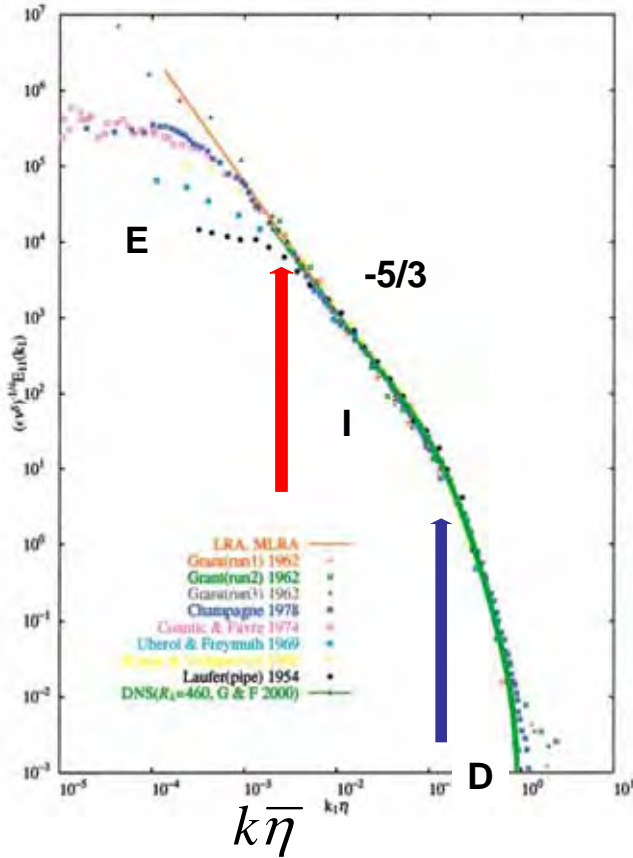
### 散逸率 $\varepsilon$

$$\varepsilon = p_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 > 0$$

Unidirectional transfer from the kinetic energy to the internal energy

Irreversible addition of heat.

# 乱流エネルギーのスペクトル



## エネルギー・スペクトルの特徴

- $-5/3$ のべき法則が成立する領域の存在 (Kolmogorov 則)
- 広範囲の波数帯にわたる (多様なスケールの混在)

E: エネルギー包含領域  
I: 慣性領域  
D: 散逸領域

- 散逸領域の特性長さ (Kolmogorov scale)

$$\bar{\eta} = (\varepsilon^{-1/4} \nu^{3/4})$$

- Kolmogorov scale の解像に必要な格子点数

$$N \sim O(\text{Re}^{9/4}) \text{ in 3D}$$

## 一様等方乱流における散逸構造のDNSデータを用いた解析

### DNS (Direct numerical simulation)

#### 解析対象の流れ場

- 一様等方乱流 (減衰)
- 周期境界条件 (3方向)  
Fourier-spectral method
- Aliasing error: 3/2 rule による除去
- 時間積分: 3rd-order Runge-Kutta

$\text{Re}_\lambda \sim 87.0$

格子解像度:

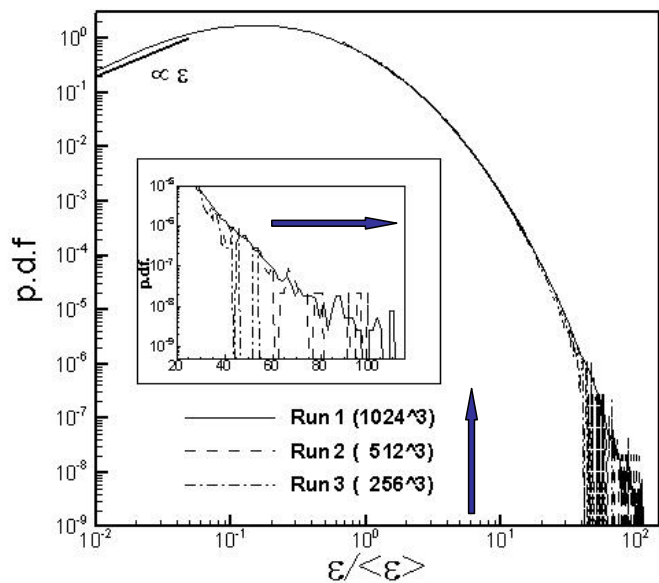
Run 1  $k_{\max} \bar{\eta} = 4.0$  ( $1024^3$ )

Run 2  $k_{\max} \bar{\eta} = 2.0$  ( $512^3$ )

Run 3  $k_{\max} \bar{\eta} = 1.0$  ( $256^3$ )

$\bar{\eta}$  : Averaged Kolmogorov scale

### 散逸率 $\varepsilon$ の p.d.f.



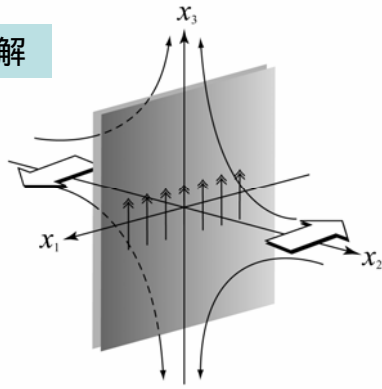
Schumacher and Sreenivasan (2003)

# 乱流中の主要な渦構造

N-S 方程式の厳密解

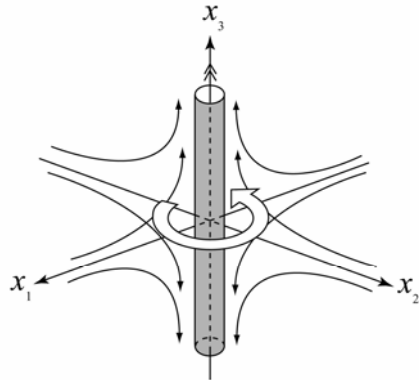
渦層

Burgers' vortex sheet



渦管

Burgers' vortex sheet



Visualization method

- Tube : red, 2<sup>nd</sup>-order invariant Q
- Sheet: white,  $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$

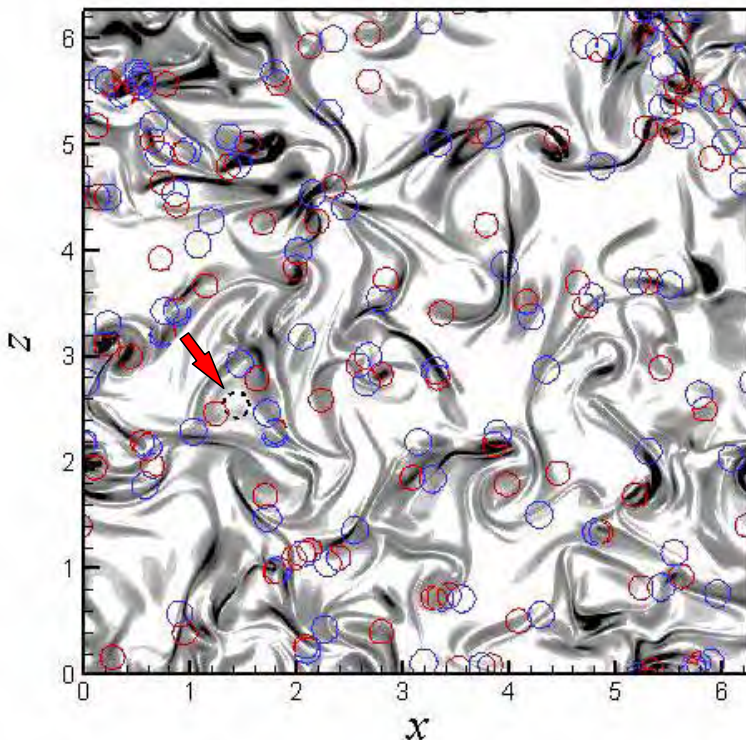
Vortex sheet-tube transformation process



Spiral 状のアームをもつ渦 (Spiral vortex) Lundgren (1982)

# 乱流中の流れ場の分類

初期の渦層の分布



渦層: gray scale の等高線

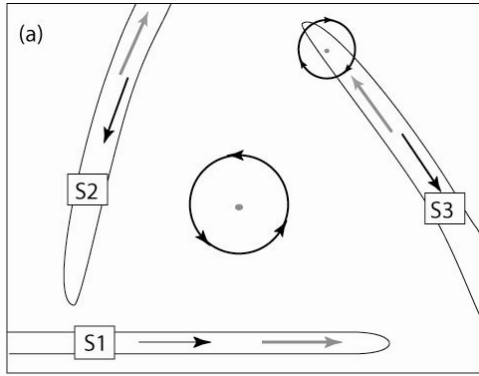
速度ベクトル場の指数

- (Red) : 回転を伴う流れ
- (Blue) : 淀み点流れ

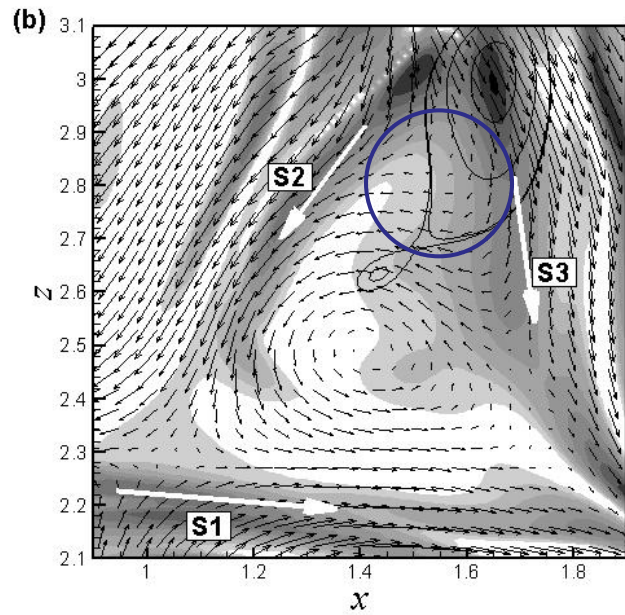
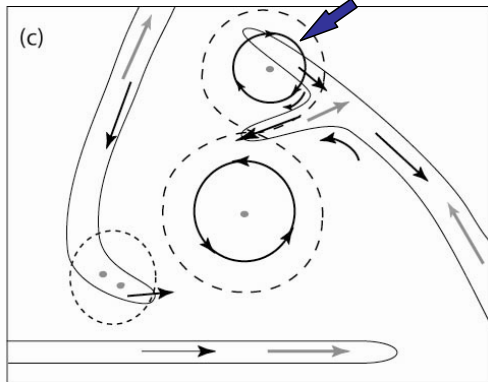
Kelvin-Helmholz 不安定性による  
単一渦層の巻き上がりと異なる  
Spiral vortex の形成過程

# Genesis phase of LSV

Generation of recirculating flow by convergence of the stagnation flow.

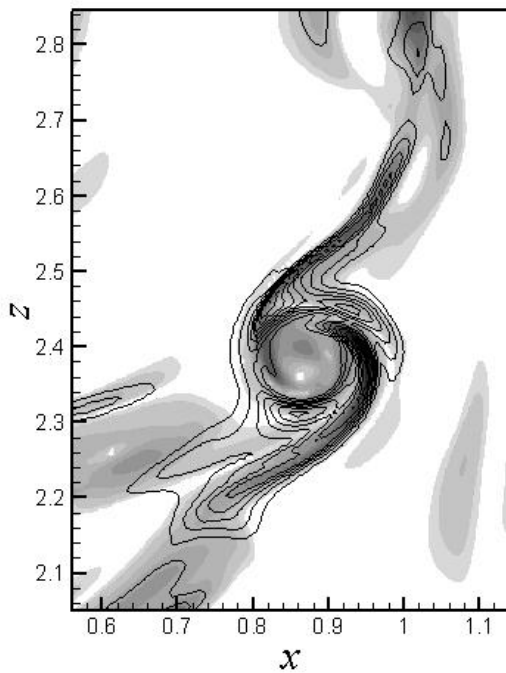


Interaction with the vortex on the third sheets.

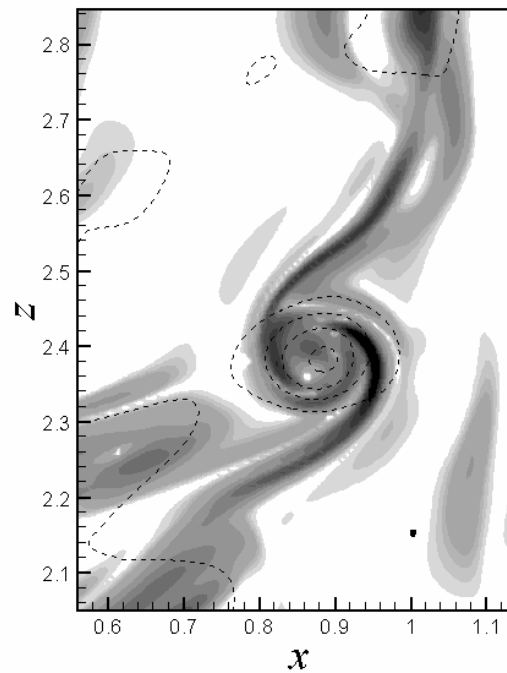


## 散逸率 $\varepsilon$ の分布

Dissipation rate,  $\varepsilon / \langle \varepsilon \rangle$



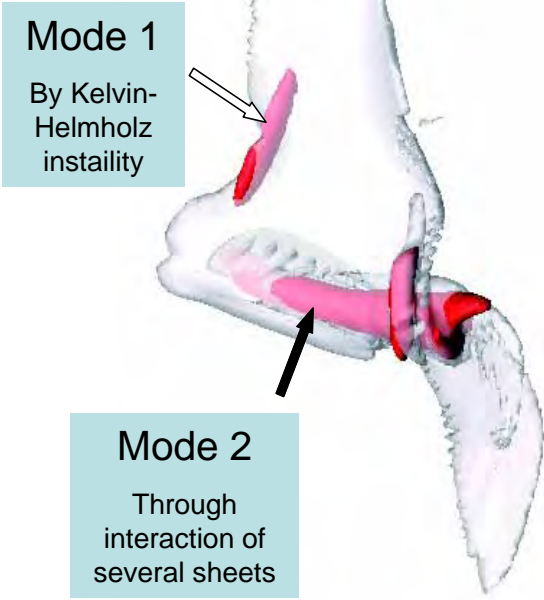
渦層と高い相関



# Multi-mode stretched spiral vortex

Topological classification with regards to vorticity alignment along the two sheets and the tube

3-dimensional rendering

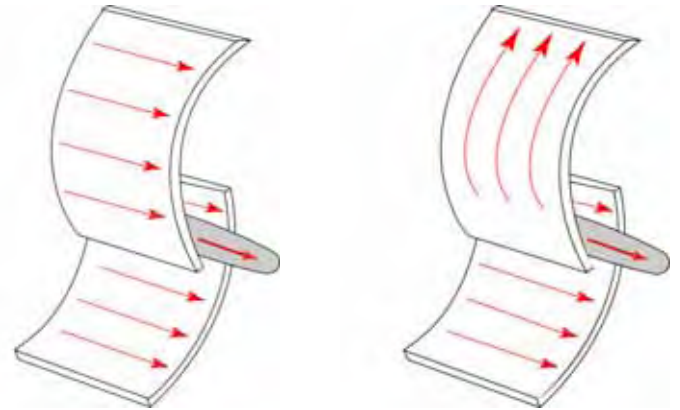


**Mode 1**

By Kelvin-Helmholtz instability

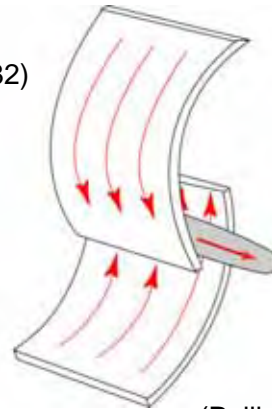
**Mode 2**

Through interaction of several sheets



**Mode 1**  
(Lundgren 1982)

**Mode 2**



**Mode 3**  
(Pullin & Lundgren 2003)

## 渦層の stretching と spiral turns 形成のメカニズム

Differential rotation induced by the tube and that self-induced by the sheet  
 → stretching and spiralling of vortex sheets  
 (Lundgren 1982)

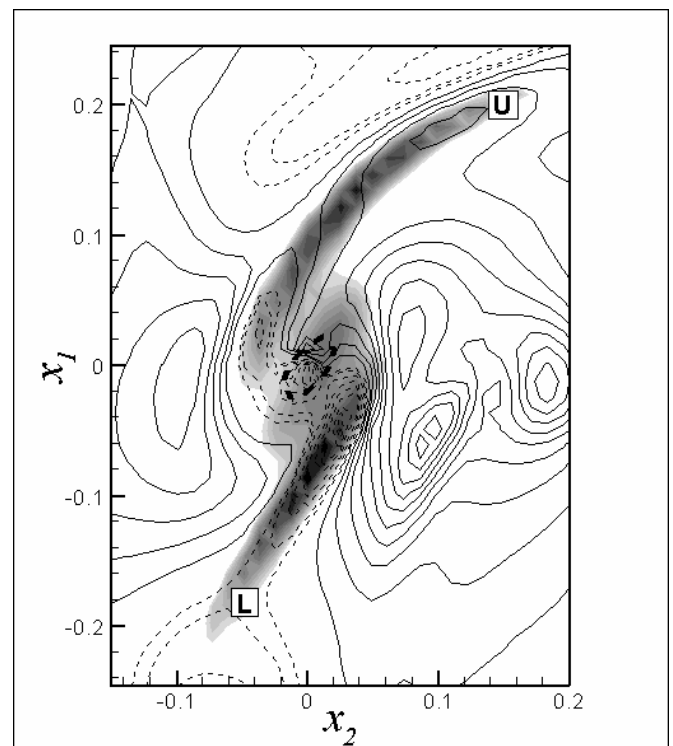
A measure for the strength of the differential rotation

$$D = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right)$$

Stretching and thinning of the spiral sheet to extreme length.

→ intense turbulent energy cascade and dissipation

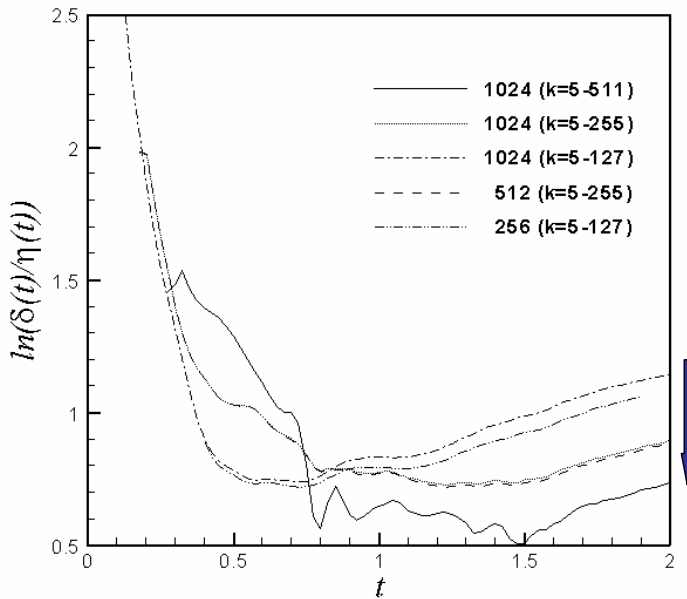
Distribution of the  $D$  term



# 渦層の厚さ $\delta$ の見積

エネルギー・スペクトルの関数  $E(k, t) = c(t) k^{n(t)} e^{-2d(t)k}$  によるフィッティング

(Passot et al. 1995)



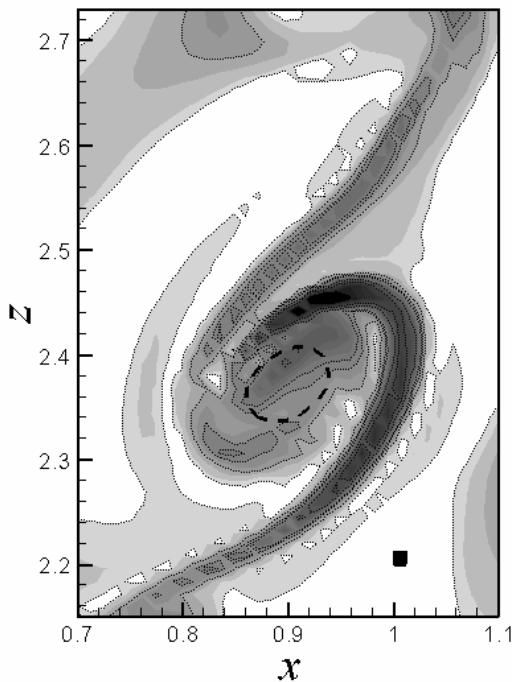
## Asymptotic values

- Run 3 ( $k_{\max} \bar{\eta} = 1.0$ ):  $3.21 \bar{\eta}$
- Run 2 ( $k_{\max} \bar{\eta} = 2.0$ ):  $2.34 \bar{\eta}$
- Run 1 ( $k_{\max} \bar{\eta} = 4.0$ ):  $2.05 \bar{\eta}$

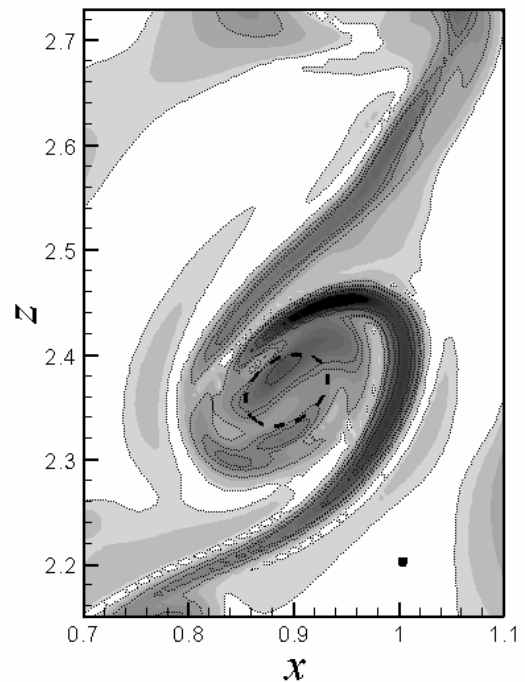
渦層厚さの収束傾向が見られない

# Spiral vortex の spiral turns の解像度

Run 2 ( $k_{\max} \bar{\eta} = 2.0$ )



Run 1 ( $k_{\max} \bar{\eta} = 4.0$ )



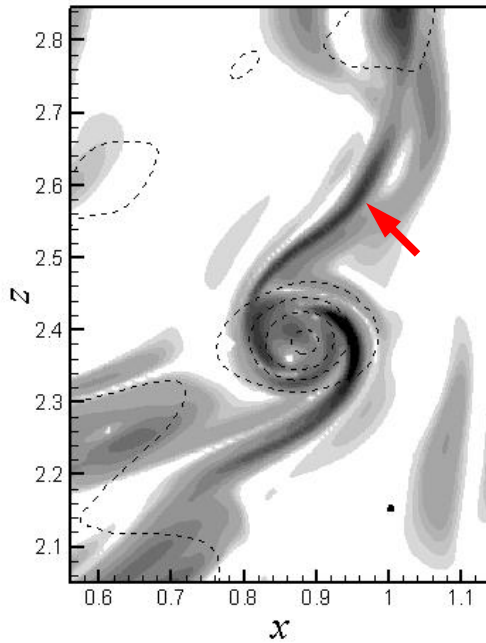
渦層の解像に必要な格子点数: 従来の見積  $N \sim R_\lambda^{3/2}$        $N \sim R_\lambda^2$

(Sreenivasan 2004)

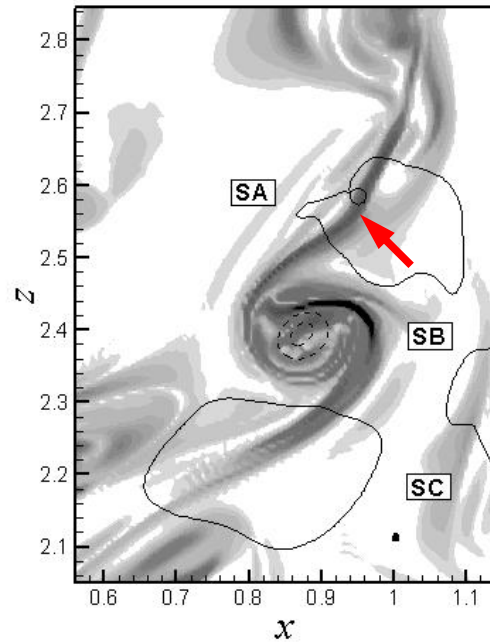
## Spiral vortex 形成過程に対するレイノルズ数の影響

Run 4: Run 1 のデータ (at  $t=1.75$ ),  $\nu=0.00138$  0.00024

Run 1 ( $Re_\lambda \sim 77.2$ )



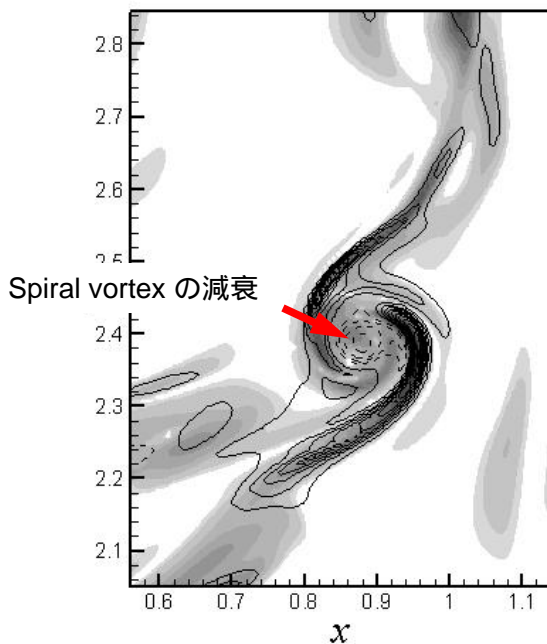
Run 4 ( $Re_\lambda \sim 122.5$ )



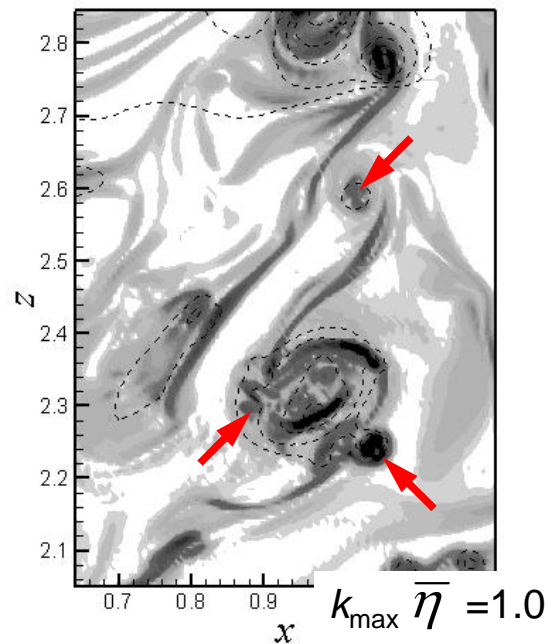
At high Re, the stretched sheets are thinner, and spiral has more turns.  
Instability of sheets    Creation of extra LSVs along the stretched sheets.

## Spiral vortex 形成過程に対するレイノルズ数の影響

Vortex-stretching term



Run 4 ( $Re_\lambda \sim 122.5$ )

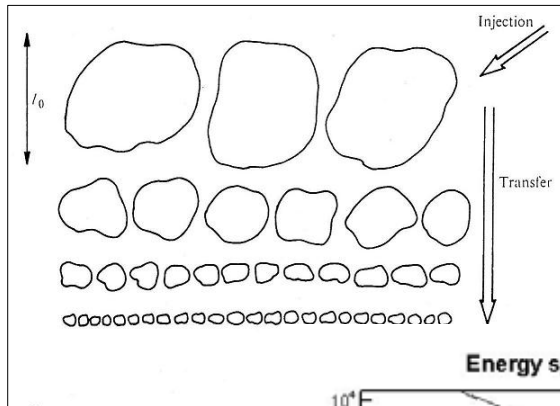


At high Re, the stretched sheets are thinner, and spiral has more turns.  
→ Instability of sheets → Creation of extra LSVs along the stretched sheets.

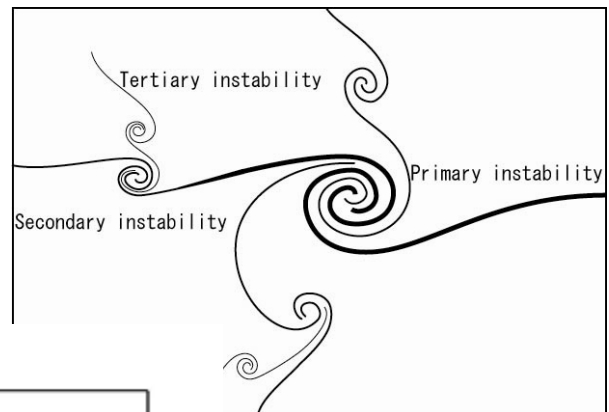


# エネルギー・カスケード過程に対するモデル

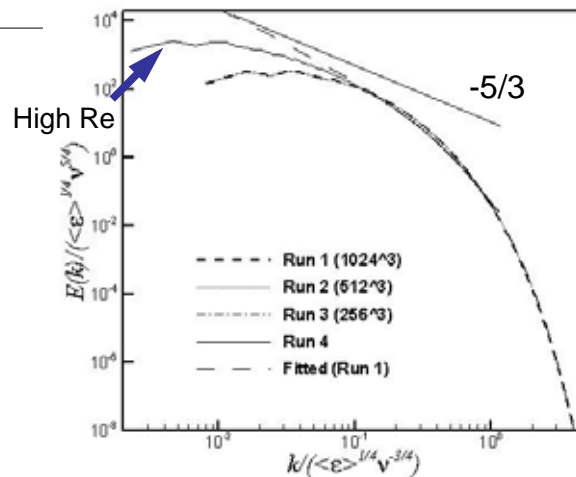
Conventional scenario for cascade



Instability cascade along spiral sheets



Energy spectrum



## 核融合研 1024<sup>3</sup> 計算

CPU数 : 32 + 32 (2node)

使用メモリ: 378GB 380GB

計算時間 : 100stepあたり約15500 [sec] 約4時間30分

ディスク容量 : 速度・圧力各データ当り 8.6 GB、総計 34.4 GB

## 大阪大学サイバーメディアセンター 1024<sup>3</sup> 計算

ジョブクラス: SXL

CPU数 : 8 + 8 (2node)

合計使用メモリ: 378GB 380GB

計算時間 : 100stepあたり約 ? [sec]

ディスク容量 : 速度・圧力各データ当り 8.6 GB、総計 34.4 GB

格子点数 2048<sup>3</sup> の計算に必要な計算機資源は 1024<sup>3</sup> の8倍

CPU 数 : 8 + 8 + 8 + 8 (4node) と想定して

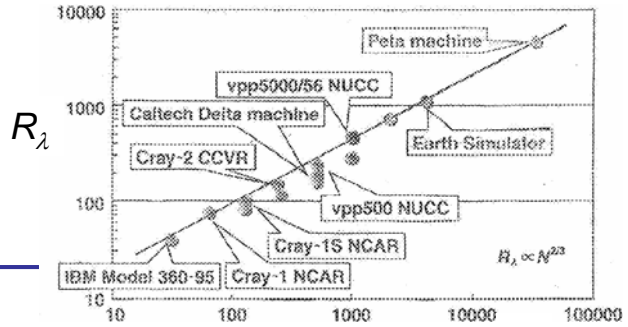
合計使用メモリ: 378 × 8GB = 3024GB 3.0TB

計算時間 : 100stepあたり約62000[sec] 約18時間

ディスク容量 : 速度・圧力各データ 8.6 × 8GB=68.8GB、総計275.2GB

+ Postprocessing

2008 summer には可能 ?



### 過去の超大計算

4096<sup>3</sup> Kaneda *et al.* (名大) (2003, Earth Simulator)

$R_\lambda \sim 1200$   $k_{\max} \bar{\eta} \sim 1.0$  !

Present: 1024<sup>3</sup>,  $R_\lambda \sim 78$ ,  $k_{\max} \bar{\eta} \sim 4.0$

2048<sup>3</sup>,  $R_\lambda \sim 150$ ,  $k_{\max} \bar{\eta} \sim 4.0$

$N \sim R_\lambda^{3/2}$

$N$

$N \sim R_\lambda^2$

## まとめ

- DNSデータを用いて一様等方乱流における spiral vortexの生成・成長・減衰過程を示した。
- Differential rotationによる渦層の伸張により強いエネルギー・カスケードと散逸が生成されることを示した。
- 渦層厚さの見積もりから、散逸領域の微細構造の解像には  $k_{\max} \bar{\eta}$  が4以上の高い解像度が必要であることを示した。
- 高レイノルズ数におけるエネルギー・カスケードのモデルを提案した。
- 散逸構造の高解像度DNSに必要な格子点数の見積を行った。