

# 流体大規模計算と スーパーコンピュータ

大阪大学CMCスーパーコンピュータを用いた  
乱流噴流直接数値計算の現状と課題

吉田 尚史 (Yoshida Takashi)  
信州大学工学部環境機能工学科

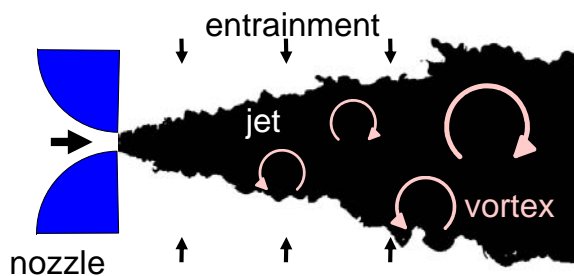


Shinshu  
University

平成20年度大阪大学サイバーメディアセンタースーパー コンピュータシンポジウム 2008年10月24日

1

## 二次元乱流噴流の直接数値計算



二次元乱流噴流の模式図

### 乱流噴流の特徴

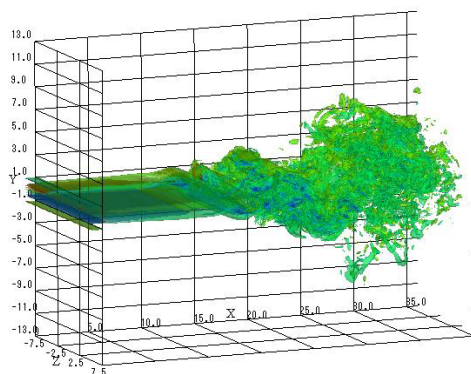
- 周囲流体の巻き込み (entrainment)
- 噴流幅を広げながら下流方向に発達
- 大小様々な空間スケールの渦が発生

### 研究目標

直接数値計算 (Direct Numerical Simulation) によって二次元乱流噴流の乱流構造と乱流拡散を解明する

### 乱流噴流DNSの必要条件

- 空間発達を実現できる広い計算領域
- 渦の最小スケールを解像できる格子分解能
- 計算の安定性を満たす小さな時間間隔
- 統計量を取るのに十分な長い計算時間



二次元乱流噴流の渦度場 (DNS)



時空間大規模計算 = 非常に高い計算負荷

2

## 非圧縮流れの基礎方程式

Navier-Stokes方程式(運動量保存式)と連続の式(質量保存式)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

## 有限差分法を用いた離散化

空間差分は二次精度中心差分(対流項は完全保存形差分)

時間差分は二次精度Fractional Step法

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \frac{3}{2} \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n - \frac{1}{2} \mathbf{u}^{n-1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{n-1} = -\nabla p^n + \frac{1}{2Re} (\nabla^2 \mathbf{u}^* + \nabla^2 \mathbf{u}^n)$$

$\mathbf{u}^*$ は連続の式を満足しないので次式で修正する

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi$$

スカラー関数 $\phi$ は上式を連続の式へ代入して得られるPoisson方程式を解く

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*$$

3

# 大規模連立一次方程式

## 大規模連立一次方程式

スカラー関数 $\phi$ のPoisson方程式の差分式は大規模連立一次方程式に帰着

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

係数行列 $A$ は大規模なスパース行列(要素のほとんどがゼロ)

## 連立一次方程式の反復解法

大規模スパース行列の解法は、効率と精度の良い反復解法が必要

- 非圧縮条件(連続の式)の誤差は $\phi$ の精度に比例
- Poisson方程式の計算量は計算全体のおよそ90%を占める



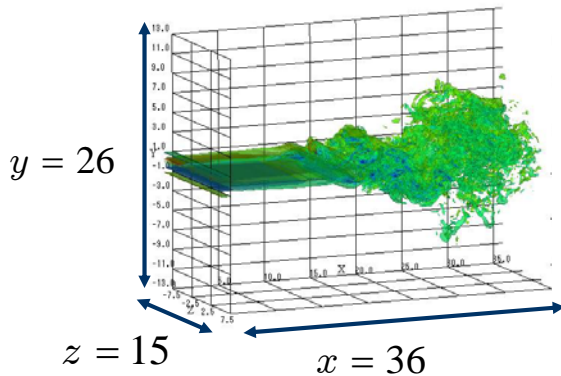
大規模行列の反復解法をスーパーコンピュータ上で高速に計算することが課題

4

# 計算条件



## 計算領域



## レイノルズ数

$$Re = 1427$$

## 噴流出口速度分布

Poiseuille流

## 物質拡散シュミット数

$$Sc = 1.0$$

## 計算の時間ステップ

$$dt = 0.005$$

## 格子点数

不等間隔staggerd格子

$$451 \times 283 \times 150 = 19,144,950$$

5

# 反復解法プログラムの計算速度比較



## 反復解法

BiCGSTAB法 (自乗共役勾配安定法)

1CPU用プログラム (SX-8) 1,000 steps	ASL並列処理用プログラムQXE030 (SX-8) 1,000 steps
Memory Size 7616MB V. Op. Ratio 98.4% MFLOPS 3651 Conc. Time(1)(sec) 215036	Memory Size 11520MB V. Op. Ratio 99.3% MFLOPS (concurrent) 12578 Max Concurrent Proc. 8. Conc. Time(1)(sec) 259489 Conc. Time(2)(sec) 165953 Conc. Time(3)(sec) 165388 Conc. Time(4)(sec) 164926 Conc. Time(5)(sec) 164455 Conc. Time(6)(sec) 164184 Conc. Time(7)(sec) 163631 Conc. Time(8)(sec) 152790
<b>215 sec/step</b>	<b>259 sec/step</b>

6

# SX-8, SX-9の計算速度比較

## 反復解法

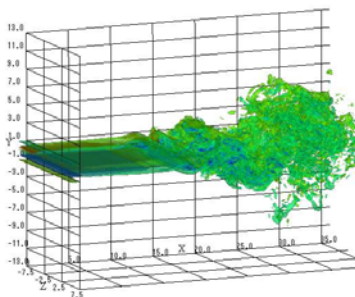
BICGSTAB法（自乗共役勾配安定法）ASL並列処理用プログラムQXE030

SX-8 8CPU 100 steps	SX-9 16CPU 100 steps
Memory Size 11520MB	Memory Size 12096MB
V. Op. Ratio 99.3%	V. Op. Ratio 99.2%
MFLOPS (concurrent) 12489	MFLOPS (concurrent) 6920
Max Concurrent Proc. 8.	Max Concurrent Proc. 16.
Conc. Time(1)(sec) 24999	Conc. Time(1)(sec) 45447 (9)(sec) 18749
Conc. Time(2)(sec) 15891	Conc. Time(2)(sec) 34667 (10)(sec) 15995
Conc. Time(3)(sec) 15837	Conc. Time(3)(sec) 32666 (11)(sec) 13755
Conc. Time(4)(sec) 15792	Conc. Time(4)(sec) 31033 (12)(sec) 11870
Conc. Time(5)(sec) 15747	Conc. Time(5)(sec) 30018 (13)(sec) 10499
Conc. Time(6)(sec) 15720	Conc. Time(6)(sec) 28807 (14)(sec) 9459
Conc. Time(7)(sec) 15662	Conc. Time(7)(sec) 26029 (15)(sec) 8560
Conc. Time(8)(sec) 14611	Conc. Time(8)(sec) 22232 (16)(sec) 6756
<b>250 sec/step</b>	<b>454 sec/step</b>

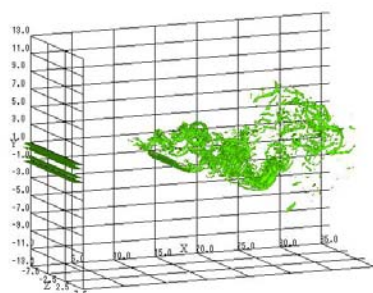
1CPU用プログラムが最も速い

## まとめ

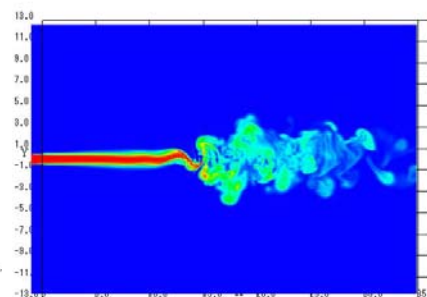
### 計算結果 ( $t=100$ )



渦度場



圧カラプラシアン等値面



スカラー濃度場

### 課題

- $t=100$  (20,000 steps) の計算に約1200時間 (1CPUプログラム)
- 統計量を求めるにはさらに  $t=200 \sim 300$  (40,000 ~ 60,000 steps) の計算が必要
- SX-8, SX-9の性能を引き出す計算法、プログラミングはどうすればよいか
- 1CPUプログラムの10倍速い計算は可能なのか