リヒトマイヤー・メシュコフ不安定性における界面とバルク渦の非線形相互作用に関する研究

松岡千博
大阪市立大学工学研究科

リヒトマイヤー・メシュコフ不安定性 (RMI) [1, 2] を理解することは，プラズマ物理，宇宙物理，ICF 等において重要である．RMI の理論的研究では通常，界面の運動のみを解析することが多いが，実際の実験ではターゲットにおける defect が衝撃波通過時にバルクに微小な渦を残し，それらの微小渦が不安定界面と相互作用することが知られている [3]．バルク微小渦の渦度が小さくない場合には，界面との相互作用により，系全体が乱流状態になることもある．従って，界面がバルク渦によってどのような影響を受けるかを知ることは RMI を制御する上で非常に重要である．本研究では，バルク微小渦を点渦 [4, 5] で近似し，界面には渦層モデル [6, 7, 8] を適用して，RMI における非一様界面とバルク渦との非線形相互作用を理論的に調べた．その結果を報告する．

今，２次元の非粘性・非圧縮の２種の密度を持った流体を考え，界面のところで密度と接線方向速度に跳びがあるものとして界面 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X}$ を

$$\boldsymbol{X}(e,t) = [X(e,t), Y(e,t)]$$

で表す．ここで，e $(-\pi \leq e \leq \pi)$ は界面を parameterize する Lagrangian parameter である．系にバルク渦が存在するとき，任意の点 $\boldsymbol{x} = (x, y)$ における渦誘導速度 $\boldsymbol{W}$ は

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}_s + \boldsymbol{W}_p \qquad (1)$$

で与えられる．ここで，$\boldsymbol{W}_s = (W_{s,x}, W_{s,y})$ は界面からの寄与を表し，$\boldsymbol{W}_p = (W_{p,x}, W_{p,y})$ はバルク点渦による誘導速度を表す．界面の速度は

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{W}|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{X}} + \frac{\tilde{\alpha}\gamma}{2}\boldsymbol{t} \qquad (2)$$

によって与えられる．ここで，

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} &= \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{u}^{+} \cdot \nabla, \\ \boldsymbol{u}^{+}(e,t) &= \boldsymbol{W}|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{X}} + \frac{\tilde{\alpha}\gamma}{2}\boldsymbol{t} \end{aligned}$$

であり，$\tilde{\alpha}$ は Atwood 数 $A = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_1 + \rho_2)$ (ρ_i は流体 i; $i = 1, 2$ の密度，$\rho_2 < \rho_1$ とする）で定義される人工的なパラメーター [6]，γ は界面を渦層とみなしたときの渦層強さを表し，物理的には渦度に相当する．位置 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_{p,i}$ にあるバルク点渦の速度は

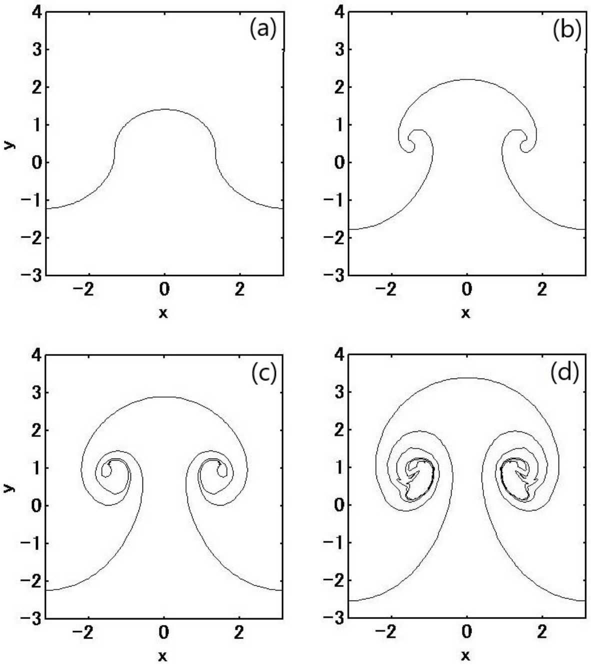

図 1: 点渦が存在しないときの RMI における不安定界面の時間．時刻 $t =$ (a) 2, (b) 4, (c) 7, (d) 10.1885.

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{p,i}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{W}_s|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_{p,i}} + \boldsymbol{W}_p|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_{p,i}} \ (i = 1, 2, \cdots N) \qquad (3)$$

で与えられる．界面では圧力連続条件（Bernoulli 方程式）が成り立ち，それを Lagrange parameter e で微分することにより，渦層強さ γ の発展方程式 [6]

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} &= \frac{2A}{s_e}\left(X_e\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + Y_e\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\right) \\ &- \frac{(1+\tilde{\alpha}A)\gamma}{s_e^2}(X_eU_e + Y_eV_e) + \frac{A+\tilde{\alpha}}{4s_e}(\gamma^2)_e \qquad (4) \end{aligned}$$

が得られる．ここで，下付き添え字 e は変数 e に関する微分を表し，$s_e = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2}$ である．バルクでは，速度ポテンシャル ϕ_i $(i = 1, 2)$ について Laplace の方程式 $\triangle\phi_i = 0$ が成り立つ．方程式 (2)，(3)，(4) を連立して解くことにより，界面とバルク点渦の運動が決定される．

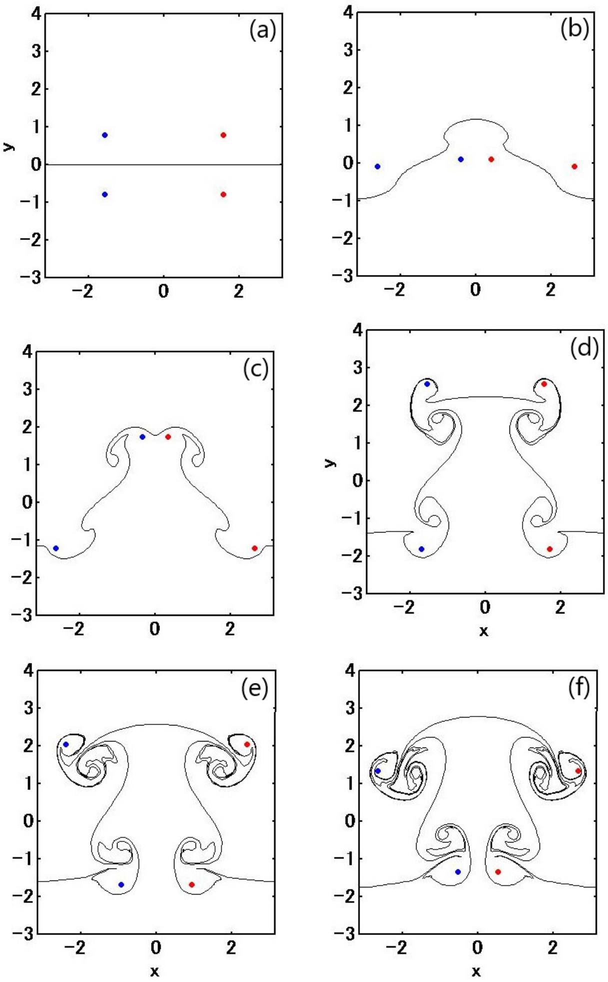

図 2: バルク点渦が存在するときの界面の時間発展の一例．時刻 $t =$ (a) 0, (b) 2, (c) 4, (d) 6.9155, (e) 8.7765, (f) 10.265 が示されている．ここで，赤と青の点はそれぞれ 1，-1 の強さを持った点渦を表している．

比較のため，図 1 にバルク点渦が存在しないときの RMI の不安定界面の非線形発展を示した．初期界面の形状は $y = 0$ (flat) である．図 2 にはバルク点渦と界面の相互作用の一例を示した．点渦の初期配置は図 1(a) に示されているとおりである．この初期配置は Cobos-Campos 等の線形解析をもとに設定している [9]．ここでは 4 個の点渦を配置した．図 2 から明らかなように，バルク点渦が近づくにつれ，界面は大きく変形し，界面上には，もとのバブルとスパイク近傍に新しいサテライトバブルとサテライトスパイクが形成される．これらの形成により，図 1 と図 2 でのほぼ同時刻における界面形状を比較すると，点渦が存在する方の界面はより複雑な時間発展をしていることが見て取れる．圧縮性を考慮した線形解析では，点渦の存在により，界面成長が抑制されるという結果が得られているが [9, 10]，非線形領域（本研究）では，そのような効果は見られなかった．これは，本研究が非圧縮モデルを採用していることと，点渦強さがかなり大きい (±1) ことが関係している可能性があると思われる．

参考文献

[1] R. D. Richtmyer, Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids, Commun. Pure Appl. Math. 13 (1960) 297-319.

[2] E. E. Meshkov, Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave, Sov. Fluid Dynamics 4 (1969) 101-108.

[3] A. Nikroo and D. Woodhouse, Bounce coating induced domes on glow discharge polymer coated shells, Fusion Technology 35 (1999) 202-205.

[4] H. Lamb, Hydrodynamics, Dover, New York, 1932.

[5] P. K. Newton, The N-vortex problem, Springer, New York, 2000.

[6] C. Matsuoka, K. Nishihara, Vortex core dynamics and singularity formations in incompressible Richtmyer-Meshkov instability, Phys. Rev. E 73 (2006) 026304, 74 049902(E).

[7] C. Matsuoka, K. Nishihara, Fully nonlinear evolution of a cylindrical vortex sheet in incompressible Richtmyer-Meshkov instability, Phys. Rev. E 73 (2006) 055304(R).

[8] C. Matsuoka, K. Nishihara, Analytical and numerical study on a vortex sheet in incompressible Richtmyer-Meshkov instability in cylindrical geometry, Phys. Rev. E 74 (2006) 066303.

[9] F. Cobos-Campos and J. G. Wouchuk, Analytical scalings of the linear Richtmyer-Meshkov instability when a shock is reflected, Phys. Rev. E 93 (2016) 053111.

[10] F. Cobos-Campos and J. G. Wouchuk, Analytical scalings of the linear Richtmyer-Meshkov instability when a rarefaction is reflected, Phys. Rev. E 96 (2017) 013102.